

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ


ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

 Горбенко Е.Е.
«06» декабря 2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Математический анализ и дифференциальные уравнения

По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)

Профиль подготовки – Физика. Информатика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Курс – 1 курс (1-2 семестр)

Разработчик

Доцент кафедры ВМ и МПМ,

Жукова Виктория Николаевна

Заведующий кафедрой

высшей математики и методики

преподавания математики

 Кривко Я.П.

Протокол от «05» декабря 2023 г., № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Математический анализ и дифференциальные уравнения» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и профилю Физика. Информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 125 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Раздел 1. Введение. Элементы теории множеств и функций.	ПК–1	Фронтальный опрос по теоретическому материалу; выполнение практических заданий
Раздел 2. Предел и непрерывность функции одной переменной.	ПК–1	Выполнение практических заданий

Раздел 3. Производная и дифференциал функции одной переменной.	ПК–1	Выполнение практических заданий, написание самостоятельной работы
Раздел 4. Функции нескольких переменных.	ПК–1	Выполнение практических заданий
Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной.	ПК–1	Выполнение расчетных заданий, написание самостоятельной работы
Раздел 6. Дифференциальные уравнения.	ПК–1	Выполнение расчетных заданий
Промежуточная аттестация	ПК–1	Зачет, экзамен (устный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Результаты сформированности
ПК-1	<p>Знает: основные понятия, определения и теоремы математического анализа; алгоритмы и методы решения задач математического анализа.</p> <p>Умеет: логически мыслить; находить пределы, производные, интегралы; решать дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядков; находить числовые характеристики случайных величин; самостоятельно пользоваться справочными пособиями при решении прикладных задач.</p> <p>Владеет навыками: использования математического аппарата для исследования функций; методами постановки и решения задач математического анализа; методами и приемами доказательства утверждений.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Система оценивания учебных достижений студентов очной формы обучения

Вид учебной работы	Количество баллов
3 семестр	
Опрос по теоретическому материалу	8
Выполнение практических заданий	20
Выполнение домашних (расчетных) заданий	20
Выполнение самостоятельных работ	22
Зачет	30
Итого за 1 семестр	100
4 семестр	
Опрос по теоретическому материалу	8
Выполнение практических заданий	20
Выполнение домашних (расчетных) заданий	20
Выполнение самостоятельных работ	22
Экзамен	30
Итого за 2 семестр	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетво- рительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетво- рительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетво- рительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство	Не зачтено

		предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

1.7. Образец оформления экзаменационного билета

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)**

2025/2026 учебный год

**ИНСТИТУТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ,
ИНФОРМАЦИОННЫХ И ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ТЕХНОЛОГИЙ
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики**

Устный экзамен по дисциплине «Математический анализ дифференциальные уравнения»

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), Профиль: Физика. Информатика, очной формы обучения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины; их свойства.
2. Понятие множества и подмножества. Пустое множество. Множество всех подмножеств множества. Операции над множествами.
3. Вычислить пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \arctg 3x}{x^3 + 2x^2} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{x}{2}} \right)$$

4. Найти область определения и значения функции: $y = \frac{1}{\sqrt[3]{(\ln 2x - \operatorname{tg} 3x)^4}}$

Утверждено на заседании кафедры ВМ и МПМ, протокол № ____ от _____ 20__ года.

Заведующий кафедрой _____

ФИО

Экзаменатор _____

ФИО

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля

Вопросы для опроса по теоретическому материалу:

1. Предмет математического анализа и его роль в системе общематематической подготовки.
2. Понятие множества и подмножества. Пустое множество. Множество всех подмножеств множества. Операции над множествами.
3. Эквивалентные множества, счетные и несчетные множества.
4. Ограниченные (сверху, снизу) и неограниченные (сверху, снизу) множества. Наибольший (наименьший) элемент множества.
5. Понятие функций и способы их задания. Элементарные функции. Применение функций в различных областях знаний.
6. Предел числовой последовательности.
7. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы.
8. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций.
9. Замечательные пределы.
10. Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва и их классификация. Непрерывность основных элементарных функций.
11. Верхняя (нижняя) грань, глобальный максимум (минимум) функции в ее области определения.
12. Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и физическая интерпретации производной.
13. Понятие дифференцируемой функции. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной.
14. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
15. Понятие дифференциала функции одной переменной. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
16. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства.

Задания для выполнения самостоятельной работы:

1. Что такое предел функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow x_0$? Дать определение с помощью неравенств. Привести геометрическую иллюстрацию.
2. Дать пример функции $y = f(x)$, имеющей предел при $x \rightarrow x_0$; не имеющей предела при $x \rightarrow x_0$.
3. Что такое предел функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$? При $x \rightarrow -\infty$? Дать определение с помощью неравенств. Привести геометрическую иллюстрацию.

4. Дать пример функции $y = f(x)$, имеющей предел при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$; не имеющей предела при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$.

5. Определить предел последовательности. Привести примеры последовательностей, имеющих и не имеющих пределы.

6. Какая функция $y = f(x)$ называется бесконечно большой величиной при $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow \pm\infty$? Дать определения с помощью неравенств. Привести геометрические иллюстрации.

7. Что означают записи:

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty & \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty & \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty & ? \end{array}$$

Дать словесные разъяснения и определения с помощью неравенств. Привести геометрические иллюстрации.

8. Дать примеры функций, являющихся бесконечно большими величинами при различных предельных поведениях аргумента.

9. Какая функция называется ограниченной в интервале? При $x \rightarrow x_0$? При $x \rightarrow \pm\infty$?

10. Привести пример неограниченной, но не бесконечно большой величины.

11. Какая функция $y = f(x)$ называется бесконечно малой величиной при $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow \pm\infty$? Дать определения с помощью неравенств. Привести геометрические иллюстрации.

12. Какова простейшая связь между бесконечно большой и бесконечно малой величинами?

13. Какова простейшая связь между функцией, имеющей предел, и бесконечно малой величиной?

14. Сформулировать правила предельного перехода в случае арифметических действий.

15. Вывести первый замечательный предел.

16. Вывести второй замечательный предел.

17. Дать определение непрерывности функции $y = f(x)$ в точке \tilde{x}_0 и проиллюстрировать его геометрически.

18. Что называется точкой разрыва функции?

19. Привести примеры разрывных функций различного характера.

20. В чем состоит правило предельного перехода для непрерывной функции?

21. Сформулировать теоремы об арифметических действиях над непрерывными функциями.

22. Сформулировать свойства функции, непрерывной на замкнутом интервале. Дать геометрическую иллюстрацию этих свойств.

23. Что значит сравнить две бесконечно малые величины? В каком случае одна из них более высокого порядка, чем другая?

24. Какие две бесконечно малые величины называются эквивалентными?

25. Привести примеры эквивалентных бесконечно малых величин.

Практические задания:

1.1 Наименьшее значение y из области значений функции $y = 2x^2 - 16x + 20$ равно...

20

4

- 44

- 12

1.2 Дана функция $y = \sqrt{x^2 - x - 2} + \log_3(4 - x)$. Тогда ее областью определения является множество ...

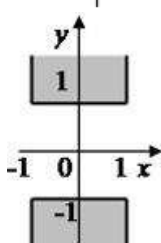
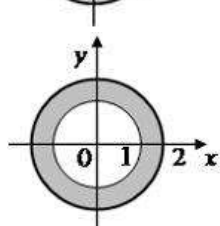
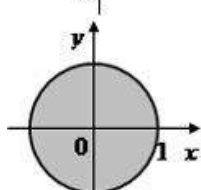
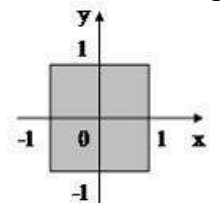
$(-\infty; -1] \cup [2; 4]$

$(-\infty; -1] \cup [2; 4)$

$(-\infty; -1) \cup (2; 4)$

$[-1; 2]$

1.3 Дана функция двух переменных $z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{y^2 - 1}$. Тогда область определения этой функции изображена на рисунке ...



1.4 Пусть $f(x) = \sin x$. Тогда сложная функция $g(f(x))$ нечетна, если функция $g(x)$ задается формулами...

$g(x) = x + 1$

$$g(x) = 3x$$

$$g(x) = x^3$$

$$g(x) = x^2$$

1.5 Пусть $f(x) = \operatorname{tg} x$. Тогда сложная функция $g(f(x))$ четна, если функция $g(x)$ задается формулами...

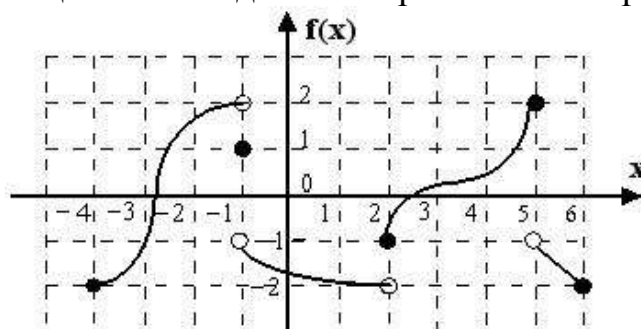
$$g(x) = x^4$$

$$g(x) = x + 3$$

$$g(x) = 6x^2$$

$$g(x) = 3^x$$

1.6 Функция $f(x)$ задана на отрезке $[-4; 6]$ графиком:



Правильными утверждениями являются...

на промежутке $[2; 5]$ функция $f(x)$ возрастает

среди значений функции $f(x)$ на отрезке $[-4; -1]$ есть наибольшее и наименьшее

при любом значении x выполняется неравенство $f(x) \geq -4$

уравнение $f(x) = -2$ имеет три корня

Расчетные задания:

1. Вычислить следующие пределы, не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 4}{\sqrt{x^4 + 1}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \sin x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg(1+10x)}{x}$.

2. Найти точки разрыва функции и определить их тип:

а) $y = 3^{\frac{x}{4-x^2}}$; б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 36}$; в) $y = \frac{|4x-3|}{4x-3}$.

3. Найти точки разрыва функции и определить их тип, сделать чертеж:

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2 \\ -x+4, & x > 2 \end{cases}$$

4. Найти производные первого порядка функций $y = f(x)$:

а) $y = \sqrt{3+5x} - \frac{x}{\sqrt{x-3}}$; б) $y = \sin^2(1-5x)$; в) $y = x^{\sqrt{x}}$.

5. Найти y'_x и y''_{xx} для заданной функции:

а) $\begin{cases} x = 3\cos 2t \\ y = \sin t \end{cases}$; б) $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = e^{4t} \end{cases}$.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$:

а) $f(x) = x^3 - 12x + 7$, $[0; 3]$;

б) $f(x) = 81x - x^4$, $[-1; 4]$.

7. Дана парабола $y = x^2 - x$. Подобрать новую параболу с ветвями вниз справа от данной, чтобы данная парабола в точке с абсциссой $x_0 = 2$ плавно (без разрыва производной) переходила в новую. Части двух парабол образуют новую функцию. Найти производную этой новой функции и нарисовать ее график. Найти вторую производную и также нарисовать ее график.

8. Построить график на основе приведенного полного исследования функции:

а) $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$; б) $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$.

9. Для функции $z = (x^2y + 1)^2$:

а) построить несколько линий уровня;

б) найти частные производные первого и второго порядков в общем виде и в точке $(1, 1)$, убедившись в равенстве смешанных производных;

в) найти градиент функции в общем виде и в точке $(2, 3)$;

г) найти дифференциал функции в общем виде и в точке $(3, 5)$;

д) найти производную в точке $(1, 2)$ по направлению вектора $(1, 4)$;

е) пусть $x = 2t, y = t^2 - 1$. Найти z'_t в общем виде и при $t = 1$, используя формулу вычисления производной сложной функции двух переменных.

10. Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y$ и установить, максимум это или минимум.

11. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x}}$; б) $\int x \ln(x-1) dx$; в) $\int \frac{(2x+3)dx}{(x-2)^3}$;

г) $\int \sin^4 x \cos^5 x dx$; д) $\int \frac{x + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$.

12. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^2 (2x - 3x^2) dx$; б) $\int_1^9 \frac{2dx}{\sqrt{x}}$; в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin 5x dx$; г) $\int_0^{\pi} x \sin x dx$;

д) $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$.

13. Вычислить несобственные интегралы:

$$\text{а) } \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}; \quad \text{б) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$$

14. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 1$.

15. Найти объем тела – цилиндра над плоской областью, образованной данными прямыми, и уравнением "крыши" $z = f(x, y)$.

$$y = x, \quad x = 0, \quad x = 4, \quad y = 0, \quad z = 2x + y.$$

16. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t) \end{cases}.$$

$$\frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$$

17. Найти общее решение уравнения:

$$\text{а) } y' = 3x - y; \quad \text{б) } x^2 dy = (y^2 + xy) dx.$$

18. Найти решение задачи Коши $y'' x \ln x = y'$, $y(e) = e - 1$, $y'(e) = 1$.

19. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 9y = 6e^{3x}$.

20. Установить сходимость или расходимость рядов:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+(-1)^n)}{2^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot (n+1)!}{(2n)!}.$$

21. Найти радиус и интервал сходимости:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{(5n-2)!}$$

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации 3 семестр

1. Понятие множества и подмножества. Пустое множество. Множество всех подмножеств множества. Операции над множествами.

2. Эквивалентные множества, счетные и несчетные множества.

3. Ограниченные (сверху, снизу) и неограниченные (сверху, снизу) множества. Наибольший (наименьший) элемент множества.

4. Понятие функций и способы их задания. Элементарные функции. Применение функций в физике и экономике.

5. Предел числовой последовательности.

6. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы.

7. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций.

8. Замечательные пределы.

9. Непрерывность функции в точке и на множестве.

10. Точки разрыва и их классификация. Непрерывность основных элементарных функций.

11. Верхняя (нижняя) грань, глобальный максимум (минимум) функции в ее области определения.

12. Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и физическая интерпретации производной.
13. Понятие дифференцируемой функции. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной.
14. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции.
15. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.
16. Понятие дифференциала функции одной переменной.
17. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
18. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства.
19. Понятие об экстремумах функции одной переменной. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной.
20. Правило Лопиталя.
21. Формулы Тейлора и Маклорена и их использование для представления и приближенного вычисления значений функций.
22. Достаточное условие строгого возрастания (убывания) функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной.
23. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
24. Вертикальные и невертикальные асимптоты графика функции одной переменной.
25. Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика.
26. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения.
27. Понятие о функции нескольких переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Карта множеств уровня функции двух переменных, взаимное расположение линии уровня функции двух переменных.
28. Функции двух переменных. Предел функции нескольких переменных. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные предельные значения. Предел функции по направлению.
29. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции. Непрерывность функции в точке и по направлению.
30. Арифметические операции над непрерывными функциями.
31. Частные производные и частные дифференциалы. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных.
32. Дифференцируемость сложных ФНП. Инвариантность формы дифференциала ФНП.
33. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого.

Теорема о равенстве смешанных частных производных.

34. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.

35. Применение функций нескольких переменных в решении задач по физике.

4 семестр

1. Первообразная и неопределенный интеграл.

2. Свойства неопределенного интеграла.

3. Интегралы от основных элементарных функций.

4. Приемы интегрирования: разложением, заменой переменной, по частям.

5. Интегрирование простейших рациональных дробей.

6. Интегрирование некоторых видов иррациональностей.

7. Интегрирование тригонометрических функций.

8. Определенный интеграл и его геометрическая интерпретация.

9. Свойства определенного интеграла.

10. Формула Ньютона-Лейбница.

11. Замена переменной и формула интегрирования по частям для определенного интеграла.

12. Геометрические приложения определенного интеграла.

13. Приближенные методы интегрирования.

14. Несобственные интегралы.

15. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.

Признаки сходимости.

16. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

17. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема Коши.

Общее и частное решение.

18. Геометрический смысл решения.

19. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

20. Однородные дифференциальные уравнения.

21. Линейные дифференциальные уравнения.

22. Уравнения в полных дифференциалах.

23. Приближенные решения уравнений первого порядка.

24. Дифференциальные уравнения второго порядка. Частные случаи уравнений второго порядка.

25. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

26. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.

2.3. Вопросы и задания для проведения диагностической работы

1. – бесконечно малая последовательность

• $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

2. $\{ C \} = C$ (const)

• $\lim_{n \rightarrow \infty} c = C$

3. $z = \frac{x+y}{x-y}$. Тогда полный дифференциал dz равен:

• $\frac{2x dy}{(x-y)^2} - \frac{2y dx}{(x-y)^2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

• равен 1

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{2n^2}$

• равен $\frac{1}{2}$

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 1}{n^2 + 1}$

• является ∞

7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(4-x^2)}{4-x^2}$

• равен 1

8. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(\sqrt{2-x}-2)}{\sqrt{2-x}-2}$

• равен 1

9. $y = \frac{x}{x+1}$. Тогда $y'(-1) =$

• Можно считать, что не существует, но можно считать и что $= \infty$

10. $y = \frac{\operatorname{tg}^4 x}{4}$. Тогда производная y' равна:

• $\frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x}$

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7+n-n^3}{5+n^2+2n^3}$$

$$\frac{1}{2}$$

- равен $-\frac{1}{2}$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 5x}$$

- равен 2

$$13. y = \frac{3x^2 + 1}{x - 1}. \text{ Тогда производная } y' \text{ равна:}$$

$$\frac{3x^2 - 6x - 1}{(x - 1)^2}$$

- $\frac{3x^2 - 6x - 1}{(x - 1)^2}$

$$14. \alpha = \frac{1}{2x + 3}, \beta = \frac{1}{x^2 - 4}. \text{ При } x \rightarrow \infty \text{ это две б.м., причем ...}$$

- в высшего порядка

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{4x}$$

$$\frac{3}{4}$$

- равен $\frac{3}{4}$

$$16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!}$$

- равен 0

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^4 + x^2 + 1} - x^2 \right)$$

$$\frac{1}{2}$$

- равен $\frac{1}{2}$

$$18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 3n - 2}}{n + 5}$$

- равен 1

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 x}{x^2}$$

- равен 2

$$20. \lim_{x \rightarrow 4} \left(\lg \frac{\pi}{x} \right)^{2x}$$

- равен 1

$$21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 5n}{1 + 3n^2 + 4n^3}$$

- равен 2

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 100n^2 + 2}{100n^2 + 16n}$$

- является ∞

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x^4 + 3x^2 + 1} + x^2}$$

- равен $\frac{3}{2}$

$$24. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^3 - 8}$$

- равен $\frac{1}{2}$

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + (-1)^n n}{n}$$

- отсутствует

$$26. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$$

- 0

$$27. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 5}$$

- равен 2

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + x - 2x^2}{4 - 2x + 5x^2}$$

- равен $-\frac{2}{5}$

29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x =$
 • $\frac{1}{e}$

30. $\lim_{\begin{cases} x \rightarrow \frac{1}{2} \\ y \rightarrow \frac{1}{2} \end{cases}} \arcsin(x+y) =$

• $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$

31. $y = \frac{1-x^3}{\sqrt{x}}$. Тогда производная y' равна:
 • $-\frac{3x^2}{\sqrt{x}}$

32. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$

• равен $\frac{2}{5}$

33. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{x}}$

• равен e^{-2}

34. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x =$

• e

35. $\rho(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$. Тогда градиент $\vec{\rho}$ в точке (3, 4) равен:

• $\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$

36. $\rho(x, y) = x^2 - 2xy + 3y - 1$. Тогда градиент $\vec{\rho}$ в точке (1, 2) равен:

• $-2\vec{i} + \vec{j}$

37. $\rho(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$ х. Тогда $\rho'(x)$ на $(-2, +2)$ имеет _____ корни.

• четыре

38. $a = \ln(1 + 3x)$, $b = \arcsin 3x$ — две б.м. при $x \rightarrow 0$. Тогда они

• эквивалентны

39. $A = \log_{1/2}(1 + 5x)$, $b = \operatorname{tg} 4x$ — две б.м. при $x \rightarrow 0$. Тогда они

- одного порядка

40. $a = \sin 2x$, $b = \operatorname{tg} 5x$. При $x \rightarrow 0$ эти б.м.

- одного порядка

41. $A = x^2$, $b = \sin x$ — две б.м. при $x \rightarrow 0$. Тогда

- a — высшего порядка

42. A и b — две б.м. a высшего порядка в сравнении с b , если ...

- $\lim \frac{\alpha}{\beta} = 0$, или $\lim \frac{\beta}{\alpha} = \infty$

43. A и b — две б.м. Если $\lim \frac{\alpha}{\beta} = 1$, то ...

- a и b эквивалентны; иными словами, a составляет главную часть b

44. A и b — две б.м., причем $\lim \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{2}$. Тогда

- a и b одного порядка

45. A и b — две б.м., причем $\lim \frac{\alpha}{\beta} = 2$. Тогда

- a и b одного порядка

46. N -й коэффициент Фурье b_n нечетной 2π -периодической функции $f(x)$ вычисляется по формуле

- $b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx \, dx \, (n=1, 2, \dots)$

47. N -й коэффициент Фурье b_n четной 2π -периодической функции $f(x)$ вычисляется по формуле

- $b_n = 0 \, (n=1, 2, \dots)$

48. N -й коэффициент Фурье a_n нечетной $(n=0, 1, 2, \dots)$ 2π -периодической функции $f(x)$ равен:

- 0

49. N -й коэффициент Фурье a_n четной 2π -периодической функции $f(x)$ вычисляется по формуле

- $a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \, (n=0, 1, 2, \dots)$

50. N -й частичной суммой ряда называется:

- сумма первых n членов ряда

51. $U = \sin(xy)$. Тогда частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ равна:

- $\cos(xy) - xy \sin(xy)$

52. $W = e^{yzx}$. Тогда частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ равна:

- $xyz^2 e^{xyz} + z e^{xyz}$

53. X и y — стороны прямоугольника, $z = xy$ — его площадь. Областью определения функции является множество

- $\{(x, y): x > 0, y > 0\}$

54. $Y = \cos(3x - 4)$. Тогда производная y' равна:

- $3 \sin(3x - 4)$

55. $Y = \cos x$. Тогда производная y (15) равна:

- $\sin x$

56. $Y = \operatorname{ctg} x + 3 \cos x - 2 \ln 2$. Тогда $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) =$

- $-\left(2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

57. $Y = \log_{1/2}(4 - x)$. Тогда производная y' равна:

- $\frac{1}{(x-4) \ln \frac{1}{2}}$

58. $Y = \sin \sqrt{1+x^2}$. Тогда производная y' равна:

- $\frac{\cos \sqrt{1+x^2} x}{\sqrt{1+x^2}}$

59. $Y = \sin 500$. Тогда производная y' равна:

- 0

60. $Y = \sin x$. Тогда производная y (9) равна:

- $\cos x$

61. $Z = \ln(x + y^3)$. $\frac{\partial z}{\partial x} =, \frac{\partial z}{\partial y} =$

- $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x+y^3}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{3y^2}{x+y^3}$

62. $Z = x^2 + 3y^2 - 6x + 5y$. Экстремумом этой функции будет:

- единственная точка $\left(3, -\frac{5}{6}\right)$ — минимум

63. $Z = x^3 - 2x^2y + 3y^2$. Тогда частные производные второго

порядка $\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2}$ и $\frac{\partial^2 Z}{\partial y \partial x}$ соответственно равны:

- $6x - 4y; -4x; 6; -4x$

64. $Z = xy$. Частные производные $\frac{\partial Z}{\partial x}$ и $\frac{\partial Z}{\partial y}$

- $\frac{\partial Z}{\partial x} = yx^{y-1}, \frac{\partial Z}{\partial y} = x^y \ln x$

65. Асимптотой графика функции $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ будет прямая

- $y = x$

66. Взаимно однозначное соответствие между точками числовой оси и действительными числами означает, что ...

- каждая точка оси изображается действительным числом — своей координатой и каждое действительное число оказывается координатой определенной точки

67. Во всех точках некоторого интервала $f'(x) > 0$. Тогда $f(x)$ на этом интервале

- возрастает

68. Во всех точках некоторого интервала $f'(x) \leq 0$. Тогда $f(x)$ на этом интервале

- не возрастает

69. Выражение $dz = \left(\frac{2x}{y^3}\right)dx + \left(\frac{y^2 - 3x^2}{y^4}\right)dy$ является:

- полным дифференциалом

70. Выражение $dz = (y + 2x + 3y^2) dx + (x + 6xy) dy$ является:

- полным дифференциалом